Самопроверка контрольной работы.

Учебник «Геометрия. 10—11 классы». Авт. Л. С. Атанасян и др. Глава III.

Результат

Проверить уровень знаний и умений по теме «Многогранники». Выполнить самопроверку контрольной работы. Сделать работу над ошибками.

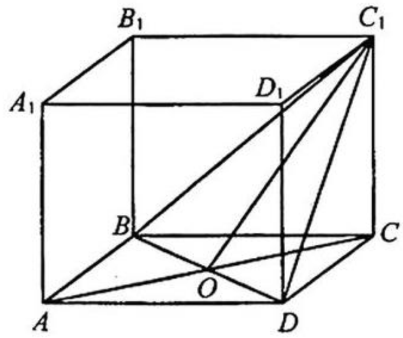
Контрольная работа

1. В основании прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит ромб $ABCD$ со стороной, равной a, и углом BAD, равным $60°$. Плоскость BC_1D составляет с плоскостью основания угол $60°$. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. В основании пирамиды $DABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC, $\angle C = 90°$, $\angle A = 30°$, $BC = 10$. Боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под равными углами. Высота пирамиды равна 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3*. В указанной выше пирамиде найдите угол между прямыми AC и DB.

Ответы. 1. $a^2\ 6+\sqrt{3}$. 2. $25\ 4+\sqrt{6}$. 3*. $arccos\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Разбираем вместе



Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямой параллелепипед, $ABCD$ — ромб, $AB = a$, $\angle BAD = 60°$, $\angle(BCD,\ BC_1D) = 60°$.

Найти: $S_{\text{полн.}}$

Решение. O — точка пересечения диагоналей ромба. Угол между плоскостями BCD и BC_1D — это $\angle C_1OC = 60°$. Следовательно

$$C_1C = OC \cdot \mathrm{tg}60° = \frac{1}{2}AC \cdot \mathrm{tg}60° =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2\cos 120°} \cdot \mathrm{tg}60° = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2a^2 \cdot \frac{1}{2}} \cdot \sqrt{3} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + a^2} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{2}a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2}a = 1{,}5a.$$

$$S_{ABCDA_1B_1C_1D_1} = 4 \cdot S_{DD_1C_1C} + 2 \cdot S_{ABCD} = 4 \cdot a \cdot 1{,}5a + 2 \cdot a^2 \sin 60° = 6a^2 + \sqrt{3} \cdot a^2 =$$

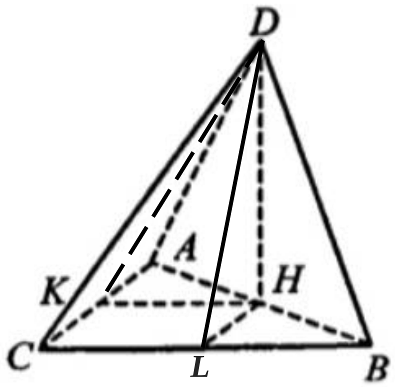
$$= a^2\ 6 + \sqrt{3} .$$

Ответ. $a^2\ 6 + \sqrt{3}$.

Дано: $DABC$ — пирамида, ΔABC — прямоугольный, $\angle ACB = 90°$, $\angle CAB = 30°$, $BC = 10$, высота равна 5, боковые рёбра наклонены к плоскости основания под равными углами.

Найти: $S_{бок.ABCD}$.

Решение.



Так как боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под равными углами, высотой пирамиды будет отрезок $DH = 5$, опущенный из точки D к середине гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC.

Катет $BC = 10$ расположен напротив $\angle CAB = 30°$, значит $AB = 20$.

$$AC = AB\cos 30° = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}.$$

$HK \perp AC$, ΔKAH — прямоугольный, $HK = AH\sin 30° = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5.$

$HL \perp BC$, ΔHLB — прямоугольный, $HL = BH\sin 60° = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}.$

ΔDKH — прямоугольный, $DH = HK = 5$.

По теореме Пифагора $DK = \sqrt{HK^2 + DH^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

ΔDLH — прямоугольный, $DL = \sqrt{HL^2 + DH^2} = \sqrt{100} = 10$.

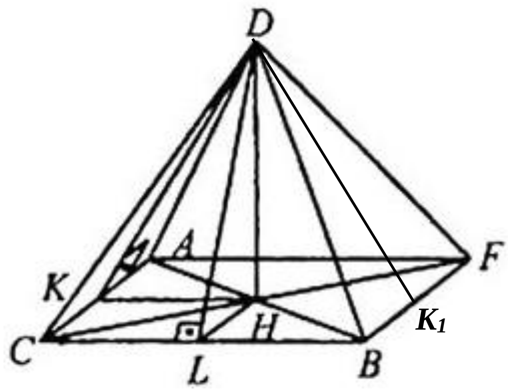
$$S_{бок.ABCD} = \frac{1}{2}\ \ 5 \cdot 20 + 10 \cdot 10 + 5\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{3}\ \ = \frac{1}{2}\ \ 200 + 50\sqrt{6}\ \ = 25\ \ 4 + \sqrt{6}\ .$$

Ответ. $25\ \ 4 + \sqrt{6}\ .$

1. **Дано:** $DABC$ — пирамида, ΔABC — прямоугольный, $\angle ACB = 90°$, $\angle CAB = 30°$, $BC = 10$, высота равна 5, боковые рёбра наклонены к плоскости основания под равными углами.

Найти: угол между прямыми AC и DB.

Решение.



Достроим пирамиду $DABC$ до пирамиды, основанием которой будет прямоугольник $ACBF$. Для решения задачи следует найти $\angle DBF$.

Из прямоугольного ΔDHB по теореме Пифагора

$$DB = \sqrt{DH^2 + HB^2} = \sqrt{25 + 100} = 5\sqrt{5}$$

ΔDFB равнобедренный. $DB = DF = 5\sqrt{5}$.

$$BK_1 = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3}.$$

ΔDBK_1 прямоугольный. $\cos\angle DBF = \dfrac{BK_1}{DB} = \dfrac{5\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}.$

$\angle DBF = \arccos\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Ответы. $\arccos\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Обрати внимание

Если вы верно выполнили два первых задания: сделали рисунок со всеми дополнительными построениями, полно и математически грамотно пояснили ход решения задачи, используя теоретический материал, изложенный в учебниках и пособиях, по которым вы обучаетесь, получили верный ответ, то вы можете рассчитывать на отметку «5».

Если вы успешно справились с одной из двух первых задач, а в другой допустили неточности в изложении решения, в рисунке, вы можете рассчитывать на отметку «4».

Если вы верно решили только одну из двух первых задач, либо приступили к каждому из двух первых заданий, но допустили при решении недочёты, неточности в изложении хода решения, не выполнили рисунки, вы можете рассчитывать на отметку «3».

Для объективного оценивания контрольной работы обратитесь к своему учителю.

Третье задание требует творческого применения знаний, анализа нестандартных геометрических конфигураций. Если вы решили это задание, то можете по усмотрению учителя претендовать на дополнительную оценку.

Если необходимо, выполните работу над ошибками.

Для этого вам предлагается ещё один вариант контрольной работы:

1. Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм со сторонами 3 и 5 см. Острый угол параллелограмма равен $60°$. Площадь большего диагонального сечения равна 63 см^2. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. Основанием пирамиды $MABCD$ служит ромб $ABCD$, $AC = 8$, $BD = 6$. Высота пирамиды равна 1. Все двугранные углы при основании равны. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

3*. В указанной выше пирамиде найдите угол между гранями BMC и DMC.

Ответы.

1. $3(48+5\sqrt{3})$ см^2. **2.** 50.

3*. Необходимо из основания высоты точки O опустить перпендикуляр OE на ребро MC. Тогда угол BED — искомый. Из $\triangle\ MOC$ $OE = \frac{MO \cdot OC}{MC} = \frac{1 \cdot 4}{\sqrt{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$. Отсюда $\operatorname{tg}\angle OED = \frac{3\sqrt{17}}{4}$.

В таком случае $\angle OED = \operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{17}}{4}$, $\angle BED = 2\operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{17}}{4}$.

Ответ: $2\operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{17}}{4}$.