Решение задач. Подготовка к итоговой контрольной работе.

Учебник «Геометрия». 10—11 классы. Авт. Атанасян Л. С. и др.

Результат

Закрепить навыки решения задач по курсу стереометрии 10 класса. Подготовиться к итоговой контрольной работе.

Обрати внимание

Для подготовки к контрольной работе на этом уроке будут разобраны основные типы заданий за курс геометрии 10 класса. В процессе решения задач мы повторим следующие темы:

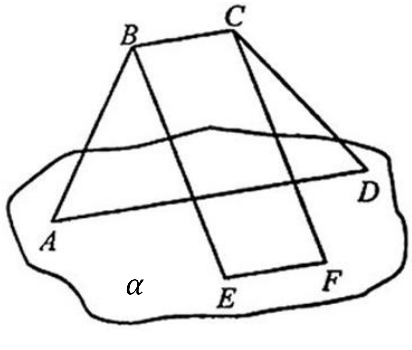
- Аксиомы стереометрии.
- Взаимное положение прямых.
- Параллельность прямой и плоскости.
- Параллельные плоскости.
- Перпендикулярность прямых и плоскостей.
- Многогранники.

Разбираем вместе

Задача 1. Основание *AD* трапеции *ABCD* лежит в плоскости α. Через точки *B* и *C* проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках *E* и *F* соответственно.

1) Докажите, что *BCFE* — параллелограмм.

2) Каково взаимное распололожение прямых *EF* и *AB*? Чему равен угол между ними, если $\angle ABC = 150°$? Поясните.



Дано: *ABCD* — трапеция, *AD* — основание, $AD \in \alpha$
$BE \parallel CF$, $E, F \in \alpha$ $\angle ABC = 150°$,

Доказать: *BCFE* — параллелограмм.

Найти: взаимное расположение прямых *EF* и AB, $\angle(EF, AB)$.

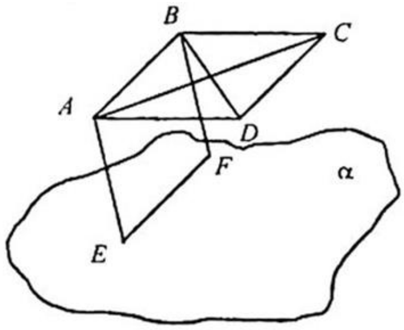
Решение.

1) Если EF не параллельна *AD*, тогда *BE* и CF — скрещивающиеся прямые, т. к. *BC* и *AD* параллельны как

основания трапеции. Но по условию $BE \parallel CF$. Получаем противоречие, значит $EF \parallel AD \parallel BC$, следовательно $BCFE$ — параллелограмм.
2) $BCFE$ — параллелограмм, EF и AB скрещивающиеся прямые.
$\angle(EF, AB) = \angle(BC, AB)$. Так как $\angle ABC = 150°$, то $\angle(BC, AB) = 180° - 150° = 30°$.
Ответ: 30°.

Задача 2. Трапеция $ABCD$ (AD и BC — основания) расположена вне плоскости α. Диагонали трапеции параллельны плоскости α. Через вершины A и B проведены параллельные прямые, которые пересекают плоскость α соответственно в точках E и F. Докажите, что $EABF$ — параллелограмм.

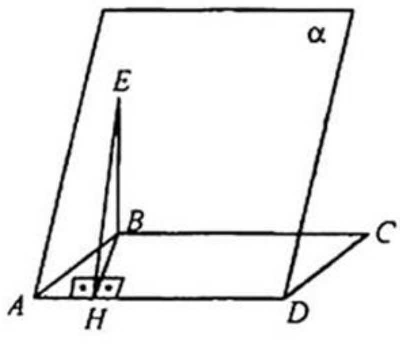
Дано: $ABCD$ — трапеция, AD и BC — основание, $AC \parallel \alpha$, $BD \parallel \alpha$, $AE \parallel BF$, $EF \in \alpha$
Доказать: $EABF$ — параллелограмм.



Доказательство.
$AC \parallel \alpha$, $BD \parallel \alpha$, и AC пересекает BD, то $ABC \parallel \alpha$. Следовательно, отрезки двух параллельных прямых AE и BF заключены между двумя параллельными плоскостями. Значит, $AE = BF$ и $EABF$ — параллелограмм.

Задача 3. Через сторону AD ромба $ABCD$ проведена плоскость α, удалённая от BC на расстояние, равное $3\sqrt{3}$ см. Сторона ромба равна 12 см, $\angle BCD = 30°$. Найдите угол между плоскостью ромба и плоскостью α.

Дано: $ABCD$ — ромб, $AB = 12$ см, $\angle BCD = 30°$, $ABCD$ пересекает плоскость α по стороне AD.
Расстояние между плоскостью α и BC равно $3\sqrt{3}$ см.
Найти: угол между плоскостью ромба и плоскостью α.



Решение.
Проведём $BH \perp AD$.

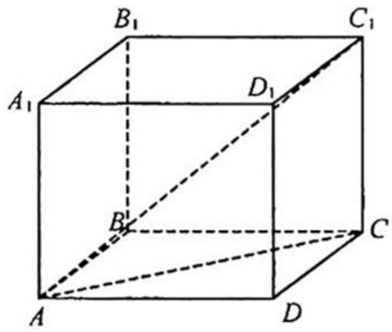
$$S_{ABCD} = 12^2 \sin 30° . = 72 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BH, \quad BH = \frac{S}{AB} = \frac{72}{12} = 6 \text{ (см)}.$$

Построим треугольник BHE, плоскость которого перпендикулярна плоскости α. Точка E принадлежит плоскости α. Отрезок BE является расстоянием от плоскости α и BC. $BE = 3\sqrt{3}$ см. Значит, $\angle EHB = \arcsin\frac{3\sqrt{3}}{6} = 60°$.
Ответ: 60°.

Задача 4. В прямом параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ основанием служит параллелограмм $ABCD$, $AD = 2$, $DC = 2\sqrt{3}$, $\angle A = 30°$. Большая диагональ составляет с плоскостью основания угол 45°. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямой параллелепипед, $ABCD$ — параллелограмм, $AD = 2$, $DC = 2\sqrt{3}$, $\angle A = 30$ м, $\angle\ (ABC, AC_1) = 45°$.
Найти: $S_{бок.}$



Решение.
$\angle ABC = 150°$. По теореме косинусов найдём диагональ AC параллелограмма $ABCD$:

$$AC = \sqrt{4 + 12 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \cos 150°} = \sqrt{16 + 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

$\angle\ (ABC, AC_1) = \angle C_1AC = 45°$, параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ прямой, следовательно $AC = C_1C = 2\sqrt{7}$.

$$S_{бок.} = 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{7} + 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{7} = 8\sqrt{7}\ 1 + \sqrt{3}\ .$$

Ответ. $8\sqrt{7}\ 1 + \sqrt{3}$.